*שיעור שני*

**מבנים דיסקרטיים**

**חזרה קצרה על הנלמד בשיעור הראשון:**

1. כאשר יש לנו כדורים כחולים ו- כדורים אדומים, מס' דרכים לסדר אותם הוא: .

למה? כי יש לנומקומות, צרי לבחור מהם והבחירה כאשר אין חשיבות לסדר אבל אסור חזרות.

1. אם יש לנו 80 סוכריות לחלק ל-6 תלמידים, כמה אפשרויות יש?

השיטה היא לקחת במקום שישה ילדים חמש מחיצות () , אז ניקח 5 מחיצות (6 קבוצות), ונחשב:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| סוכריות | סוכריות | סוכריות | סוכריות | סוכריות | סוכריות |

ולכן החישוב הוא .

1. נתון אלף-בית בגודל 6:

כמה מילים ניתן לכתוב באורך 80, כאשר אין חשיבות לסדר האותיות? למשל .

נגיד שבמילה הזאת יש את כמות הבאה של אותיות:

|  |  |
| --- | --- |
| כאילו הכמות חלוקה הם סוכריות: | כאילו האותיות הם ילדים: |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

כלומר יש 80 סוכריות ו6 ילדים כלומר אותה בעיה כמו מיקודם, במקום 6 ילידים (אותיות) ניקח 5 מחיצות והתשובה היא:

1. נתונה קבוצה:

כמה מספרים יש של 4 ספרות שונות בסדר עולה? למשל או .

יש חשיבות לסדר ואסור חזרות אבל במקרה זה כאילו אין חשיבות לסדר בגלל:

אם למשל יש לנו את המספר הבא זה כמו לכתוב: אפשרויות כאשר אין חשיבות לסדר לכן מחלקים ב-, כי רק אחד מה אפשרויות יש רק אחד שהוא חוקי.

*כלומר כשאין חשיבות לסדר נחשב: , כלומר בחירה של 4 ספרות מתוך 10 ספרות.*

***זהות חשובה:***

*לדוגמא אם , .*

*למה הזהות תמיד נכונה תמיד?*

*ניתן להוכיח אלגברית או קומבינטורית,*

*הוכחה אלגברית:*

*הוכחה קומבינטורית:*

*בעיה שפותרים בשתי דרכים, ושני הפתרונות הם בהכרח שווים.*

*בעיה: נתונה קבוצה בגודל , כמה תתי קבוצות יש ל- בגודל ?*

*תשובה מספר 1:*

*תשובה מספר 2:*

*האם בוחרים את איבר 1 או לא?*

*אם כן נבחר אותו אז חסר לבחור איברים מתוך , כלומר אפשרויות,* ***או:***

*אם לא מבחור אז חסר לבחור איברים מתוך , כלומר אפשרויות.*

*כלומר פתרון:*

*פתרנו את אותה בעיה בשתי פתרונות ולכן שני הפתרונות שווים:*

***משולש פסקל:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*כלומר כל מספר הוא חיבור של שניים מעליו ומכאן ניתן להבין שאם אז .*

*ננסה ליצור סכומים של השורות:*

*שורה 0: 1*

*שורה 1: 2*

*שורה 2: 4*

*שורה 3: 8*

*שורה 4: 16*

*שורה 5: 32*

*שורה 6: 64...*

*ולכן סכום שורה שווה ל- .*

*ניתן להבין זאת מהזהות:*

*למה? הוכחה קומבינטורית:*

*בעיה עם שתי פתרונות: נתונה קבוצה A בגודל n, כמה תתי קבוצות יש ל-A?*

*תשובה 1: (כמו חישוב של קבוצת החזקה).*

*תשובה 2:*

*תתי-קבוצות בגודל 0: .*

*תתי- קבוצות בגודל 1: .*

*תתי-קבוצות בגודל n: .*

*2 פתרונות לאותה בעיה ולכן שני הפתרונות שווים.*

***זהות חדשה:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*כלומר מתקיים לכל :*

*או במילים אחרות מתקיים:*

*ניקח את כל שלילים לאגף השני ונקבל:*

***טענה:***

*לכל קבוצה יש אותו מספר תתי-קבוצות בגודל זוגי כמו בגודל אי זוגי.*

*למשל אם נתונה קבוצה: , , ,*

*נגדיר את להיות כל התת קבוצות של בגודל זוגי, ונגדיר את להיות כל התת קבוצות של בגודל אי זוגי.*

*כלומר במקרה הכללי נתונה קבוצה , , ,*

*נרצה להוכיח כי: , כיצד נוכיח זאת? נוכיח כי קיימת פונקציה חח"ע ועל מ- ל-.*

*נגדיר פונקציה , כך ():*

*נוכיח ש- חח"ע ועל בעזרת מציאת פונקציה אשר מקיימת לכל מתקיים: ולכל מתקיים .*

*ובמקרה שלנו היא ההופכית של עצמה, וכן חח"ע ועל ולכן .*

*ולכן מתקיים:*

*ולכן:*

*עוד זהות:*

*טענה:*

*דוגמא:*

*תרגיל:*

*3 כדורים אדומים, 4 כדורים כחולים, 7 כדורים ירוקים, כמה דרכים יש כדי לסדר אותם בשורה?*

*ניתן לפתור ב2- דרכים:*

*דרך ראשונה:*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | *בחירה של הכחולים* | *בחירה של האדומים* | *בחירה של הירוקים* |

*דרך שנייה:*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | *בחירה של האדומים* | *בחירה של הירוקים* | *בחירה של הכחולים* |

*בשני הדרכים קיבלות את אותה תוצאה.*